

Fourierova transformace

Spočtěte Fourierovu transformaci následujících funkcí

1. $f(x) = 1$ pro $x \in [-1, 1]$, $f(x) = 0$ jinak

2. $f(x) = xe^{-ax^2}$, $x \in \mathbb{R}^N$, $a > 0$

3. $f(x) = e^{-a|x|^2}$, $x \in \mathbb{R}^N$, $a > 0$

4. $f(x) = \frac{1}{a^2 + x^2}$, $a > 0$

5. $f(x) = \frac{x}{a^2 + x^2}$, $a > 0$

6. $f(x) = e^{-a|x|}$, $a > 0$, $x \in \mathbb{R}$

7. $f(x) = \cos bx e^{-a|x|}$, $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$

8. $f(x) = \frac{\sinh ax}{\sinh \pi x}$, $|a| < \pi$

9. $f(x) = \frac{1}{|x|^s} e^{-a|x|}$, $a > 0$, $0 < s < 1$, $x \in \mathbb{R}$

10. $f(x) = \frac{1}{(x - \lambda)^m}$, $\lambda \in \mathbb{C}$, $\text{Im } \lambda \neq 0$, $m \in \mathbb{N}$

11. Pomocí Fourierovy transformace vyřešte počáteční úlohu pro rovnici tepla

$$u_t - \Delta u = 0 \text{ v } \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^N,$$

kde $u(0, x) = u_0$ v \mathbb{R}^N .

12. Pomocí Fourierovy transformace vyřešte Cauchyovu úlohu pro obyčejnou diferenciální rovnici

$$-y'' + a^2 y = f \text{ v } \mathbb{R}.$$